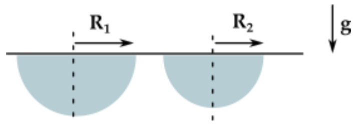
Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
8 марта 2026 г.
10 класс

1. На железном карнизе находится капля воды радиуса $\boldsymbol{R_1}$ на небольшом расстоянии от нее находится вторая капля, которая спустя некоторое время за счет падающей воды, вырастает до радиуса $\boldsymbol{R_2}$. Область между каплями считать плоской. Найдите



1) Ускорение первой капли в начальный момент времени
2) Найдите критический радиус капли, при котором она оторвется от ступеньки
Краевой угол смачиваемости - $\boldsymbol{\theta}$, коэффициент поверхностного натяжения - $\boldsymbol{\sigma}$, плотность воды - $\boldsymbol{\rho}$, ускорение свободного падения – $\boldsymbol{g}$.

Возможное решение:

В зоне контакта капель мениск между ними имеет радиус кривизны

$$R_{eff} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Лапласово давление в мениске:

$$\Delta P = \sigma\left(\frac{1}{R_{eff}} + \frac{1}{r}\right)$$

Из условия небольшого расстояния r стремится к бесконечности, поэтому

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R_{eff}}$$

Площадь зоны контакта можно рассчитать, как площадь круга:

$$S = \pi R_{eff}^2 (\sin\theta)^2$$

Соответственно сила притяжения между каплями

$$F = \Delta P S = \pi\sigma \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (\sin\theta)^2$$

Тогда ускорение в начальный момент времени равно

$$a = \frac{F}{m_1 + m_2} = \frac{3\sigma R_1 R_2 (\sin\theta)^2}{4(R_1 + R_2)(R_1^3 + R_2^3)}$$

Условие отрыва капли от поверхности:

$$M_{\text{крит}} g = \frac{4}{3}\pi R_{\text{крит}}^3 \rho g = 2\pi\sigma R_{\text{крит}}(1 + \cos\theta)$$

$$R_{\text{крит}} = \sqrt{\frac{3\sigma(1 + \cos\theta)}{2\rho g}}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Записано выражение для эффективного радиуса мениска между каплями	$R_{eff} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	1 балл
Записано Лапласово давление в общем случае	$\Delta P = \sigma(\frac{1}{R_{eff}} + \frac{1}{r})$	1 балл
Записано Лапласово давление в конкретном случае	$\Delta P = \frac{\sigma}{R_{eff}}$	1 балл
Посчитана площадь мениска между каплями	$S = \pi R_{eff}^2 (\sin\theta)^2$	1 балл
Рассчитана сила взаимодействия между каплями	$F = \Delta P S = \pi\sigma \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (\sin\theta)^2$	1 балл
Рассчитано ускорение	$a = \frac{3\sigma R_1 R_2 (\sin\theta)^2}{4(R_1 + R_2)(R_1^3 + R_2^3)}$	2 балла
Условие отрыва капли	$M_{\text{крит}} g = 2\pi\sigma R_{\text{крит}} (1 + \cos\theta)$	2 балла
Получен критический радиус	$R_{\text{крит}} = \sqrt{\frac{3\sigma(1 + \cos\theta)}{2\rho g}}$	1 балл

2. В вертикальном цилиндре с гладкими стенками находится одноатомный идеальный газ с молярной массой $\boldsymbol{\mu}$. Газ массой $\boldsymbol{m}$ удерживается поршнем массой $\boldsymbol{M}$, который соединён с дном цилиндра пружиной жёсткостью $\boldsymbol{k}$. Сверху цилиндр открыт, поэтому на поршень действует атмосферное давление $\boldsymbol{p_a}$. В начальном равновесном состоянии при температуре $\boldsymbol{T_0}$ поршень находится на высоте $\boldsymbol{h}$ от дна цилиндра. В этом состоянии пружина растянута на величину $\boldsymbol{x_0}$. Известно, что пружина разрывается при растяжении $\boldsymbol{x_{max}}$. Газ медленно нагревают. Какое количество теплоты $\boldsymbol{Q}$ необходимо сообщить газу, чтобы пружина порвалась? Считать, что всё подведённое тепло передаётся газу без потерь. Растяжения пружины указаны относительно недеформированного состояния.

Возможное решение:

1) Запишем начальное состояние поршня. Поскольку он находится в покое:

$$F_{\text{атм}} - F_0 - F_{\text{упр}} = 0$$

Пусть S – площадь поршня. Следовательно:

$$p_0 S - p_a S - Mg - kx_0$$

Уравнение состояния газа в начальном состоянии (объём $V_0 = Sh$)

$$p_0 \cdot Sh = \frac{m}{\mu} RT_0$$

2) Конечное состояние (перед разрывом пружины):

$$p_2 S = p_a S + Mg + kx_{max}$$

Уравнение состояние газа в конечном состоянии:

$$p_2 \cdot SH_2 = \frac{m}{\mu} RT_2$$

где $H_2 = h + (x_{\max} - x_0) = h + \Delta x$

3) Определение конечной температуры (перед разрывом пружины)

Из (1) выразим p_0:

$$p_a S = p_0 S - Mg - kx_0$$

Подставим p_0 из уравнения состояния газа:

$$p_a S = \frac{mRT_0}{\mu h} - Mg - kx_0$$

Подставим в $p_2 S$ в (2)

$$p_2 S = \left(\frac{mRT_0}{\mu h} - Mg - kx_0\right) + Mg + kx_{\max}$$

Упростим: $p_2 S = \frac{mRT_0}{\mu h} + k(x_{\max} - x_0) = \frac{mRT_0}{\mu h} + k\Delta x$

Применяя уравнение состояния газа в (2) получим:

$$\left(\frac{mRT_0}{\mu h} + k\Delta x\right)(h + \Delta x) = \frac{m}{\mu} RT_2$$

Тогда: $\boxed{T_2 = \left(\frac{T_0}{h} + \frac{k\Delta x \mu}{mR}\right)(h + \Delta x)}$

4) Первое начало термодинамики:

$$Q = \Delta U + A$$

где ΔU- изменение внутренней энергии, A - работа газа против внешних сил.

4.1) Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R\left(T_{\text{кр}} - T_0\right) = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R\left(T_{\text{кр}} - T_0\right)$$

4.2) Работа газа:

Газ совершает работу против трёх внешних сил. Таким образом, полная работа газа:

$$\boxed{A = p_a S \cdot \Delta x + Mg \cdot \Delta x + \frac{k}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)}$$

Подставим выражение для атмосферного давления:

$$A = \left(\frac{mRT_0}{\mu h} - Mg - kx_0\right)\Delta x + Mg\Delta x + \frac{k}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)$$

Слагаемые с Mg сокращаются, итого:

$$\boxed{A = \frac{mRT_0}{\mu h}\Delta x - kx_0\Delta x + \frac{k}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)}$$

5) Поиск Q:

$$Q = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R\left(T_{\text{кр}} - T_0\right) + \frac{mRT_0}{\mu h}\Delta x - kx_0\Delta x + \frac{k}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)$$

Изменение температуры, используя (3):

$$T_{\text{кр}} - T_0 = \frac{T_0\Delta x}{h} + \frac{k\Delta x\mu}{mR}(h + \Delta x)$$

Итого:

$$Q = \underbrace{\left(\frac{3}{2}\frac{mRT_0\Delta x}{\mu h} + \frac{3}{2}k\Delta x(h + \Delta x)\right)}_{\Delta U} + \underbrace{\left(\frac{mRT_0}{\mu h}\Delta x - kx_0\Delta x + \frac{k}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)\right)}_{A}$$

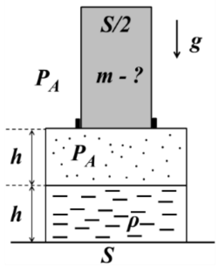
6) Окончательный ответ:

$$\boxed{Q = \frac{5}{2}\cdot\frac{mRT_0\Delta x}{\mu h} + k\left[\frac{3}{2}\Delta x(h + \Delta x) - x_0\Delta x + \frac{1}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)\right]}$$

Где $\Delta x = x_{\max} - x_0$

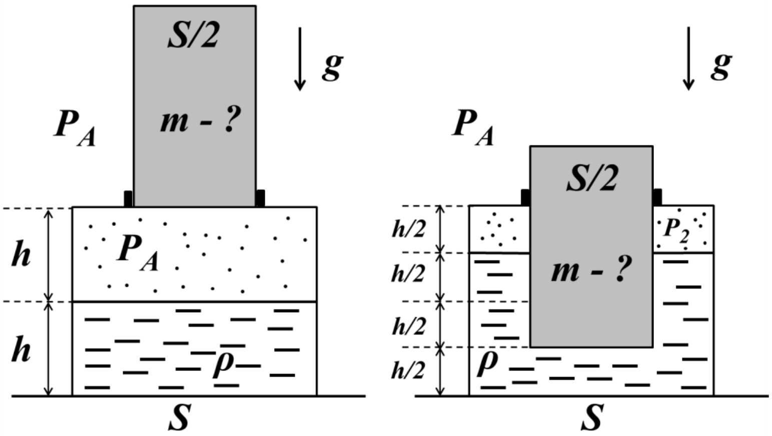
Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Верно записаны условия равновесия поршня	$p_0 S - p_a S - Mg - kx_0$ $p_2 S - p_a S - Mg - kx_{max}$	1 балл
Уравнение Менделеева-Клапейрона для обоих случаев	$p_0 \cdot Sh = \frac{m}{\mu}RT_0$ $p_2 \cdot S(h + \Delta x) = \frac{m}{\mu}RT_2$	2 балла
Найдена внутренняя энергия газа	$U = \frac{3}{2}\frac{mRT_0\Delta x}{\mu h} + \frac{3}{2}k\Delta x(h + \Delta x)$	2 балла
Найдена работа газа	$A = \frac{mRT_0}{\mu h}\Delta x - kx_0\Delta x + \frac{k}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)$	2 балла
Найдено количество теплоты	$Q = \frac{5}{2}\cdot\frac{mRT_0\Delta x}{\mu h} + k\left[\frac{3}{2}\Delta x(h + \Delta x) + x_0\Delta x + \frac{1}{2}\left(x_{\max}^2 - x_0^2\right)\right]$	3 балла

3. Цилиндрический сосуд с площадью дна $\boldsymbol{S}$ и высотой $\boldsymbol{2h}$ наполовину заполнен водой плотности $\boldsymbol{\rho}$. В верхней части сосуда находится воздух при атмосферном давлении $\boldsymbol{P_A}$. В сосуде имеется цилиндрическое отверстие с площадью $\boldsymbol{S/2}$, которое в начальный момент времени герметично закрыто однородным поршнем, как показано на рисунке. Поршень отпускают, и он движется вниз. Поршень останавливается в тот момент, когда нижний торец поршня находится на расстоянии $\boldsymbol{h/2}$ от дна сосуда. Найдите массу поршня. Трение между поршнем и отверстием отсутствует. Воздух из сосуда не выходит. Температура воздуха постоянна. Внешнее атмосферное давление равно $\boldsymbol{P_A}$. Ускорение свободного падения $\boldsymbol{g}$.



Возможное решение

Представим рисунок с изображением начальной и конечной ситуации:



По условию задачи, давление воздуха внутри сосуда в начальном состоянии равно атмосферному давлению:

$$P_1 = P_A$$

Начальный объём воздуха в сосуде равен:

$$V_1 = h \cdot S$$

При движении поршня воздух будет сжиматься. Давление воздуха внутри сосуда в конечном состоянии обозначим буквой P_2. Температура воздуха постоянна, поэтому выполняется закон Бойля-Мариотта:

$$P_1 V_1 = P_2 V_2$$

Буквой V_2обозначен объём воздуха внутри сосуда в конечном состоянии.

Из условия задачи следует выражение для объёма поршня внутри сосуда в конечном состоянии:

$$V_{\text{поршня в сосуде}} = \frac{S}{2} \cdot \frac{3h}{2}$$

Запишем объём воды в сосуде для начального состояния:

$$V_{\text{воды}} = S \cdot h$$

Вода несжимаема, поэтому объём воды в конечном состоянии такой же, как и в начальном состоянии.

Объём $V_{\text{сосуда}}$ постоянен и равен:

$$V_{\text{сосуда}} = S \cdot 2h$$

Вычислим объём воздуха внутри сосуда в конечном состоянии:

$$V_2 = V_{\text{сосуда}} - V_{\text{поршня в сосуде}} - V_{\text{воды}}$$

$$V_2 = S \cdot 2h - \frac{S}{2} \cdot \frac{3h}{2} - S \cdot h = \frac{1}{4} \cdot S \cdot h$$

Из закона Бойля-Мариотта для воздуха внутри сосуда следует равенство:

$$P_1 \cdot S \cdot h = P_2 \cdot \frac{1}{4} \cdot S \cdot h$$

$$P_2 = 4 \cdot P_1 = 4 \cdot P_{\text{А}}$$

Уровень воды внутри сосуда в конечном состоянии будет выше, чем в начальном состоянии. Поршень, заняв конечное положение, вытеснит следующий объём воды:

$$V_{\text{вытеснен}} = \frac{S}{2} \cdot \frac{h}{2}$$

Этот вытесненный объём воды распределится в пространстве между поршнем и стенками сосуда. В конечном состоянии расстояние по вертикали между уровнем воды внутри сосуда и нижним торцом поршня будет равно h. Воздух внутри сосуда, по закону Паскаля, будет передаваться в каждую точку воды, складываясь с собственным гидростатическим давлением воды в поле тяжести. Тогда суммарное давление воды на нижний торец поршня составит:

$$p_{\text{низ}} = P_2 + \rho g h = 4 \cdot P_{\text{А}} + \rho g h$$

Внешнее атмосферное давление окружающего воздуха на верхний торец цилиндра равно:

$$p_{\text{верх}} = P_{\text{А}}$$

Сформулируем условие равновесия поршня в форме второго закона Ньютона:

$$mg + p_{\text{верх}} \cdot \frac{S}{2} = p_{\text{низ}} \cdot \frac{S}{2}$$

Выполним преобразования условия равновесия поршня:

$$m = \left(p_{\text{низ}} - p_{\text{верх}}\right) \cdot \frac{S}{2g}$$

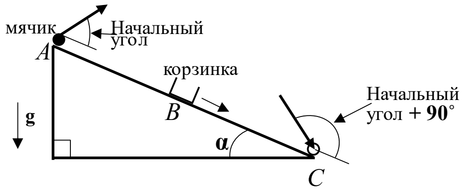
$$m = (4 \cdot P_{\text{А}} + \rho g h - P_{\text{А}}) \cdot \frac{S}{2g}$$

Запишем ответ:

$$m = \frac{\rho h S}{2} + \frac{3 P_A S}{2g}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Закон Бойля-Мариотта для воздуха	$P_1 V_1 = P_2 V_2$	1 балл
Объём воздуха в начальном состоянии	$V_1 = h \cdot S$	1 балл
Объём воздуха в конечном состоянии	$V_2 = \frac{1}{4} \cdot S \cdot h$	1 балл
Давление воздуха в конечном состоянии	$P_2 = 4 \cdot P_{\text{А}}$	1 балл
Давление воды на нижний торец поршня	$p_{\text{низ}} = 4 \cdot P_{\text{А}} + \rho g h$	2 балла
Условие равновесия поршня	$mg + P_A \cdot \frac{S}{2} = p_{\text{низ}} \cdot \frac{S}{2}$	2 балла
Ответ	$m = \frac{\rho h S}{2} + \frac{3 P_A S}{2g}$	2 балла

4. Из точки ***A*** бросают мячик под некоторым начальным углом к плоскости горки (смотрите рисунок). Одновременно с этим, с горки из точки ***B*** из состояния покоя съезжает корзинка. Трение между горкой и корзинкой отсутствует. Оказалось, что скорость мячика в точке ***C*** направлена к плоскости горки под углом, величина которого на **90**° превышает величину начального угла. Какой должен быть угол ***α*** наклона горки к горизонту, чтобы мячик попал в корзинку в тот момент времени, когда корзинка окажется в точке ***C*** ? Считайте, что ***AB*** = ***BC***. Сопротивления воздуха нет. Мячик и корзинка движутся в поле тяжести **g**, направленным вертикально вниз. Мячик и корзинку считайте материальными точками.



Возможное решение

Пусть скорость мячика в точке *A:* $\vec{v}_A$, а в точке *C:* $\vec{v}_C$. Тогда из условия задачи вектора этих скоростей перпендикулярны: $\overrightarrow{v_A} \perp \overrightarrow{v_C}$. Это можно увидеть, например, мысленно продолжив вектора скоростей до пересечения. Следовательно их скалярное произведение равно нулю:

$$\overrightarrow{v_A} \cdot \overrightarrow{v_C} = 0.$$

Пусть время полета мячика от точки *A* до точки *C* равно *T*. За это же время корзинка съехала вниз из точки *B* в точку *C*. Тогда для равноускоренного движения мячика справедливо:

$$\overrightarrow{v_C} = \vec{v}_A + \vec{g}T.$$

Подставим его в скалярное произведение:

$$0 = \overrightarrow{v_A} \cdot \overrightarrow{v_C} = \overrightarrow{v_A} \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T).$$

Найдем квадрат модуля перемещения мячика $\overrightarrow{AC}$:

$$\left|\overrightarrow{AC}\right|^2 = \left(\overrightarrow{v_A}T + \frac{\vec{g}T^2}{2}\right)^2 = v_A^2T^2 + \overrightarrow{v_A} \cdot \vec{g}T^3 + \frac{g^2T^4}{4} = T^2\vec{v}_A \cdot (\overrightarrow{v_A} + \vec{g}T) + \frac{g^2T^4}{4} = \frac{g^2T^4}{4}$$

Последнее равенство справедливо в силу ранее показанного $\overrightarrow{v_A} \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T) = 0$.

Таким образом, модуль перемещение мячика составляет $\left|\overrightarrow{AC}\right| = \frac{gT^2}{2}$.

Для корзинки очевидно соотношение: $\left|\overrightarrow{BC}\right| = \frac{aT^2}{2} = \frac{g \sin\alpha\, T^2}{2}$.

Из условия *AB* = *BC* имеем: $\frac{1}{2}\frac{gT^2}{2} = \frac{g \sin\alpha\, T^2}{2}$, откуда $\sin\alpha = \frac{1}{2}$, а значит $\alpha = 30°$.

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Замечена перпендикулярность векторов скоростей	$\overrightarrow{v_A} \perp \overrightarrow{v_C}$	1 балл
Получен вывод из равенства нулю скалярного произведения	$0 = \overrightarrow{v_A} \cdot \overrightarrow{v_C} = \overrightarrow{v_A} \cdot (\vec{v}_A + \vec{g}T).$	2 балла
Посчитано $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$	$\left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \frac{gT^2}{2}$	4 балла
Соотношение для корзинки	$\left\|\overrightarrow{BC}\right\| = \frac{aT^2}{2} = \frac{g \sin\alpha\ T^2}{2}$	2 балла
Ответ	$\alpha = 30°$	1 балл

5. Чему равен э.д.с. батарейки, если при подключении вольтметра он показывает $\boldsymbol{U_1}$ = 1.55 В, а при измерении тем же способом вольтметром, имеющим в 10 раз большее внутреннее сопротивление, показания становятся равными $\boldsymbol{U_2}$ =1.61 В.

Возможное решение

Неравные показания приборов позволяют сделать вывод, что батарейка неидеальна, а значит присутствует r – внутреннее сопротивление батарейки. Тогда, запишем закон Ома для полной цепи для двух случаев:

$$\varepsilon = I_1 r + U_1$$
$$\varepsilon = I_2 r + U_2$$

Зная, что сопротивления вольтметров отличаются в 10 раз, можем записать связь силы тока и напряжения на вольтметре:

$$U_1 = I_1 R$$
$$U_2 = I_2 10R$$

Отсюда

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{10I_2}$$

Разделим первое уравнение на второе с перемещением напряжения на вольтметрах в левую часть:

$$\frac{\varepsilon - U_1}{\varepsilon - U_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{10U_1}{U_2}$$

Подставив числовые значения, получим, что

$$\varepsilon \simeq 1.617 \text{ В}$$

Критерий	**Соотношение**	**Балл**
Закон Ома для полной цепи для двух случаев	$\varepsilon = I_1 r + U_1$ $\varepsilon = I_2 r + U_2$	2+2 балла
Отношения сил тока и напряжений на вольтметре	$\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_1}{10I_2}$	3 балла
Нахождение частного уравнений с подстановкой	$\frac{\varepsilon - U_1}{\varepsilon - U_2} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{10U_1}{U_2}$	1 балла
Ответ	$\varepsilon \simeq 1.617$ В	2 балл